

221. ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ II

Ιδιοτιμές και ιδιοδιανύσματα, θεώρημα Cayley-Hamilton, διαγωνίσιμοι πίνακες, θεώρημα πρωταρχικής ανάλυσης, Ευκλείδειοι διανυσματικοί χώροι, μοναδιαίοι πίνακες, φασματικό θεώρημα, συμμετρικές διγραμμικές μορφές, τετραγωνικές μορφές.

101. ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ I

- 1. Πραγματικοί αριθμοί.** Φυσικοί αριθμοί. Ρητοί αριθμοί, ύπαρξη αρρήτων. Αξίωμα πληρότητας. Ύπαρξη τετραγωνικής ρίζας και ακεραίου μέρους, πυκνότητα των ρητών και των αρρήτων στους πραγματικούς αριθμούς, προσέγγιση πραγματικών αριθμών από ρητούς, κλασικές ανισότητες.
- 2. Ακολουθίες πραγματικών αριθμών.** Συγκλίνουσες ακολουθίες, μονότονες ακολουθίες, κιβωτισμός διαστημάτων, ακολουθίες που ορίζονται αναδρομικά, δεκαδικό και δυαδικό ανάπτυγμα πραγματικού αριθμού.
- 3. Συναρτήσεις.** Βασικοί ορισμοί. Αλγεβρικές συναρτήσεις. Τριγωνομετρικές συναρτήσεις. Εκθετική συνάρτηση.
- 4. Συνέχεια και όριο συναρτήσεων.** Συνέχεια. Αρχή της μεταφοράς. Συνέχεια βασικών συναρτήσεων. Συνέχεια και τοπική συμπεριφορά. Θεώρημα ενδιάμεσων τιμών. Ύπαρξη μέγιστης και ελάχιστης τιμής για συνεχείς συναρτήσεις ορισμένες σε κλειστά διαστήματα. Μονότονες συναρτήσεις. Συνεχείς και 1-1 συναρτήσεις. Αντίστροφες τριγωνομετρικές συναρτήσεις. Λογαριθμική συνάρτηση. Σημεία συσσώρευσης, μεμονωμένα σημεία συνόλων. Η έννοια του ορίου συνάρτησης.
- 5. Παράγωγος.** Εισαγωγή: παραδείγματα από τη Γεωμετρία και τη Φυσική. Ορισμός της παραγώγου. Κανόνες παραγώγισης. Παράγωγοι βασικών συναρτήσεων. Θεώρημα μέσης τιμής. Θεώρημα Darboux. Κριτήρια μονοτονίας συνάρτησης. Κριτήρια τοπικών ακροτάτων. Γενικευμένο θεώρημα μέσης τιμής. Κανόνες de l'Hospital. Κυρτές και κοίλες συναρτήσεις. Σημεία καμπής. Μελέτη συναρτήσεων.

201. ΑΠΕΙΡΟΣΤΙΚΟΣ ΛΟΓΙΣΜΟΣ II

- 1. Υπακολουθίες.** Ορισμός και παραδείγματα. Θεώρημα Bolzano-Weierstrass. Σημεία συσσώρευσης ακολουθίας, ανώτερο και κατώτερο όριο. Ακολουθίες Cauchy.
- 2. Σειρές πραγματικών αριθμών.** Κριτήρια σύγκλισης σειρών. Εναλλάσσουσες σειρές. Κριτήριο Dirichlet. Δυναμοσειρές.
- 3. Συνεχείς συναρτήσεις.** Ύπαρξη μέγιστης και ελάχιστης τιμής για συνεχείς συναρτήσεις ορισμένες σε κλειστά διαστήματα (δεύτερη απόδειξη). Ομοιόμορφη συνέχεια: ορισμός, χαρακτηρισμός με χρήση ακολουθιών. Ομοιόμορφη συνέχεια συνεχών συναρτήσεων σε κλειστά διαστήματα.
- 4. Ολοκλήρωμα Riemann και τεχνικές ολοκλήρωσης.** Ορισμός του ολοκληρώματος Riemann για φραγμένες συναρτήσεις. Κριτήριο Riemann, ολοκληρωσιμότητα συνεχών και μονότονων συναρτήσεων, παραδείγματα. Ιδιότητες του ολοκληρώματος. Θεώρημα μέσης τιμής του Ολοκληρωτικού Λογισμού. Θεμελιώδες θεώρημα του Απειροστικού Λογισμού. Κανόνες ολοκλήρωσης (κατά μέρη, με αντικατάσταση). Τεχνικές ολοκλήρωσης. Γενικευμένα ολοκληρώματα. Εφαρμογές.
- 5. Θεώρημα Taylor και δυναμοσειρές.** Μορφές υπολοίπου στο θεώρημα Taylor. Αναπτύγματα Taylor βασικών συναρτήσεων. Αναπτύγματα συναρτήσεων σε δυναμοσειρές.

302. ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ I

Διαφορικές εξισώσεις πρώτης τάξης ειδικών μορφών (γραμμικές, Bernoulli, Riccati, χωριζομένων μεταβλητών, ομογενείς, πλήρεις, πολλαπλασιαστές Euler). Ύπαρξη, μονοσήμαντο, επεκτασιμότητα των λύσεων, καλώς τοποθετημένα προβλήματα. Γραμμικές Διαφορικές Εξισώσεις 2ης τάξης: Γενική Θεωρία ομογενών και μη ομογενών διαφορικών εξισώσεων. Θεωρήματα Διαχωρισμού και Σύγκρισης του Sturm. Η μέθοδος των δυναμοσειρών. Συστήματα γραμμικών διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης: Γενική θεωρία για ομογενή και μη ομογενή συστήματα. Προβλήματα Συνοριακών Τιμών τύπου Sturm-Liouville. Μετασχηματισμός Laplace. Σύγτομη εισαγωγή στην ποιοτική θεωρία συνήδων διαφορικών εξισώσεων.

421. ΒΑΣΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ

Στοιχεία από τη Στοιχειώδη Θεωρία Αριθμών (διαιρετότητα ακεραίων και ισотиμίες modulo m). Στοιχεία από τη Θεωρία Δακτυλίων (δακτύλιοι, σώματα, δακτύλιοι πλυνώνυμων, ομομορφισμοί, ιδεώδη και πηλίκα, εφαρμογές). Στοιχεία από τη Θεωρία Ομάδων (συμμετρικές και μεταθέσεις, ομομορφισμοί, κανονικές υποομάδες, πηλίκα).

341. ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ I

Αριθμητική κινητής υποδιαστολής, σφάλματα στρογγύλευσης. Αριθμητική επίλυση μη γραμμικών εξισώσεων (μέθοδος διχοτόμησης, επαναληπτικές μέθοδοι, μέθοδος του Νεύτωνα). Γραμμικά συστήματα (απαλοιφή Gauss, νόρμες διανυσμάτων και πινάκων, δείκτης κατάστασης, επαναληπτικές μέθοδοι). Παρεμβολή με πολυώνυμο Lagrange και splines. Προσέγγιση ελαχίστων τετραγώνων. Αριθμητική ολοκλήρωση. Εισαγωγή στην αριθμητική επίλυση συνήθων διαφορικών εξισώσεων.

541. ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ I

Περιγραφική Στατιστική. Ομαδικές οικογένειες κατανομών. Εκθετική οικογένεια κατανομών. Επάρκεια και πληρότητα. Αμερόληπτες εκτιμήτριες Ελάχιστης διασποράς. Ανισότητα Cramer-Rao. Αποτελεσματικές Εκτιμήτριες. Συνεπείς εκτιμήτριες. Εκτιμήτριες μέγιστης πιθανοφάνειας και ροπών. Εκτιμήτριες Bayes και Minimax. Διαστήματα εμπιστοσύνης. Έλεγχοι υποθέσεων.

401. ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ I (ΑΝΑΛΥΣΗ)

Στοιχεία από τη θεωρία συνόλων (αριθμήσιμα και υπεραριθμήσιμα σύνολα, αριθμησιμότητα του συνόλου των ρητών και υπεραριθμησιμότητα του συνόλου των πραγματικών αριθμών). Μετρικοί χώροι (ορισμοί, βασικές ιδιότητες και παραδείγματα, τοπολογικές έννοιες, ισοδύναμες μετρικές, φραγμένα και ολικά φραγμένα σύνολα). Συνέχεια συναρτήσεων σε μετρικούς χώρους (σημειακή (τοπική) συνέχεια και (ολική) συνέχεια, ιδιότητες συνεχών συναρτήσεων. Ισομετρικές συναρτήσεις Lipschitz, ομοιόμορφη συνέχεια). Πληρότητα (πλήρης μετρικός χώρος (ορισμός, βασικές ιδιότητες, παραδείγματα). Θεωρήματα σταθερού σημείου (και εφαρμογές στις διαφορικές εξισώσεις). Θεωρήματα Cantor και Baire και εφαρμογές). Συμπάγεια (ορισμός (με ανοικτές καλύψεις), και βασικές ιδιότητες. Συνέχεια συναρτήσεων και συμπάγεια. Χαρακτηρισμοί της συμπάγειας με τη βοήθεια της ιδιότητας Bolzano-Weierstrass και της έννοιας του ολικού φραγμένου. Πεπερασμένο (καρτεσιανό) γινόμενο συμπαγών μετρικών χώρων. Διαχωρισιμότητα. Σύνολο Cantor). Ακολουθίες και σειρές συναρτήσεων (απλή και ομοιόμορφη σύγκλιση (ορισμοί, βασικές ιδιότητες και παραδείγματα). Κριτήριο Weierstrass (για την ομοιόμορφη σύγκλιση σειρών συναρτήσεων). Ομοιόμορφη σύγκλιση και συνέχεια, ολοκλήρωση και διαφορίση). Συνεχείς πραγματικές συναρτήσεις σε συμπαγείς μετρικούς χώρους (η δομή του μετρικού χώρου $(C[a, b], \| \cdot \|_\infty)$). Θεώρημα προσέγγισης του Weierstrass. Η δομή του μετρικού χώρου $(C(X), \| \cdot \|_\infty)$, όπου (X, d) συμπαγής μετρικός χώρος. Συμπάγεια και ισοσυνέχεια στον $(C(X), \| \cdot \|_\infty)$. Θεώρημα Ascoli-Arzelá και θεώρημα Peano).

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ

Εκθετική οικογένεια κατανομών. Επάρκεια και πληρότητα. Αμερόληπτες εκτιμήτριες Ελάχιστης διασποράς. Ανισότητα Cramer-Rao. Αποτελεσματικές Εκτιμήτριες. Συνεπείς εκτιμήτριες. Εκτιμήτριες μέγιστης πιθανοφάνειας ροπών. Διαστήματα εμπιστοσύνης. Έλεγχοι υποθέσεων. Απλό γραμμικό μοντέλο.

ΑΛΓΕΒΡΑ:**421. ΒΑΣΙΚΗ ΑΛΓΕΒΡΑ**

Στοιχεία από τη Στοιχειώδη Θεωρία Αριθμών (διαιρετότητα ακεραίων και ισотиμίες modulo m). Στοιχεία από τη Θεωρία Δακτυλίων (δακτύλιοι, σώματα, δακτύλιοι πολυωνύμων, ομομορφισμοί, ιδεώδη και πηλίκα, εφαρμογές). Στοιχεία από τη Θεωρία Ομάδων (συμμετρικές και μεταθέσεις, ομομορφισμοί, κανονικές υποομάδες, πηλίκα).

821. ΘΕΩΡΙΑ GALOIS

Λύσεις εξισώσεων βαθμού μικρότερου ή ίσου του 4. Θεμελιώδες Θεώρημα συμμετρικών πολυωνύμων. Ανάγωγα πολυώνυμα επί του \mathbb{Z} και \mathbb{Q} . Πρώτα και μεγιστικά ιδεώδη. Επεκτάσεις σωμάτων. Κατασκευές με κανόνα και διαβήτη. Ομάδα Galois $G(E/F)$ μιας επέκτασης. Σώμα ριζών πολυωνύμου. Επεκτάσεις του \mathbb{Q} και ισομορφισμοί μεταξύ πεπερασμένων επεκτάσεων του \mathbb{Q} . Θεμελιώδες Θεώρημα Θεωρίας Galois για σώμα ριζών ενός $f(x) \in \mathbb{Q}[x]$. Εφαρμογές: Επιλύσιμες ομάδες, επίλυση εξισώσεων με ριζικά Γενικό πολυώνυμο βαθμού n , Κανονικά πολύγωνα. Θεμελιώδες Θεώρημα Άλγεβρας.

Παρακαλούμε για τις δικές σας ενέργειες.



Πρόεδρος
του Τμήματος Μαθηματικών

Καθηγητής Ι. Εμμανουήλ